A Influência da Leitura na Resolução de Problemas: Questões de sentidos, significados, interesses e motivações

The Influence of Reading on 'Problem Solving': Questions of meanings, meanings, interests and motivations

Lourdes de la Rosa Onuchic
Universidade Estadual Paulista - UNESP - Brasil

Luiz Carlos Leal Junior
Instituto Federal de São Paulo - IFSP - Brasil

RESUMO

Esta investigação tem por objetivo trabalhar questões a respeito de signos, de sentidos e de significados que perpassam as práticas de ensino e de aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Trata-se de uma pesquisa qualitativa sobre uma proposta a respeito dos discursos nos processos de leitura de problemas. Discorreremos sobre o trabalho com os signos, a produção de sentido e as significações que emergem dessa prática, bem como a influência da leitura enquanto uma atividade constituinte.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Sentido, Significado, Leitura.

ABSTRACT

This research aims to address questions regarding signs, senses and meanings that underlie the practices of teaching and learning of mathematics through the 'Problem Solving'. This is a qualitative research on a proposal regarding the discourses in problems reading processes. Will discuss the work with the signs, the production of senses and the meanings that emerge from this practice as well as the influence of reading as a constituent activity.

Key-words: 'Problem Solving', Sense, Meaning, Reading.

Introdução

O termo Resolução de Problemas tem sido utilizado, no meio acadêmico, para caracterizar metodologias e práticas de ensino de Matemática. Os sentidos dessa terminologia, segundo Ernest (1992), baseiam-se nas crenças de professores de matemática sobre uma metodologia diferenciada. Há, no cenário nacional, três sentidos que se destacam, quais sejam metodologia para resolver problemas, teorizar sobre resolução de problemas e ensinar através da resolução de Problemas. Não nos estenderemos neste trabalho sobre os dois primeiros sentidos, mas informamos que nos dedicaremos a estudar este último sentido, ou seja, aquele em que a processualidade do ensino e da aprendizagem ocorra através da resolução de problemas. Para um leitor interessado nos outros sentidos desse termo aconselhamos a leitura de Leal Junior e Onuchic (2016). De partida, nos dedicaremos a questões de signo, sentido e significado, que podem ser trabalhados na Resolução de Problemas amparados por alguns teóricos como Vygotsky e Vergnaud.

Vygotsky (2008) trata a questão do sentido e do significado para poder trabalhar a relação extremamente estreita entre pensamento e linguagem. Outrossim, faz-se necessário nos atentarmos sobre o que os intercessores desse trabalho propõem e entendem por sentido e significado, palavras essas tão utilizadas popular e academicamente como sinônimas. Luria (1987), quando se dedicou a estudos linguísticos, acrescentou à obra do primeiro, que o significado está orientado historicamente no interior de um sistema de relações formado objetivamente (que corresponde e se relaciona com o signo) (VYGOTSKY, 2008; LURIA, 1987, p. 45).

Por sua vez, o termo sentido se submete ao contexto em que uma palavra ou expressão está sendo empregada. Vygotsky propõe que o sentido trata de uma atividade consciente na processualidade da significação e da cultura, uma vez que:

> o sentido de uma palavra é a soma de todos os fatos psicológicos que ela desperta em nossa consciência. Assim, o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. (VIGOTSKI, 2001, p. 465).

A significação, na perspectiva da Resolução de Problemas, integra as concepções de sentido, o qual é produzido por meio das práticas sociais (sociointeracionistas ou sócio-construtivistas), através da articulação dialética do contexto histórico e cultural, na composição do mundo e da experiência real do sujeito com os objetos. Segundo Smolka (2004),

> Nesse quadro conceitual, opera-se uma passagem da representação à significação, o que implica que a formação de imagens é afetada e permeada por signos e sentidos socialmente construídos, ou seja, que aquilo que se produziu nas relações, se estabilizou e foi acordado entre as pessoas, isto é, deixou marcas que podem persistir e perdurar, de alguma forma, não só nos indivíduos, mas também nas relações com e entre outras pessoas (Ibidem, p. 41).

Para este autor a diferença entre os termos sentido e significado é arcaica e dialógica, uma vez que o sentido se dá por processos psicológicos (processos mentais superiores) que são subjetivos e, que, tem forte influência na conceitualização de significado, a qual é a forma mais institucionalizada e dentre as zonas do sentido. A significação é necessária, mas não suficiente, à representação. Esta, por sua vez, é percebida como uma possibilidade de visualização de conceitos, de ideias e de pensamentos, os quais são habilidades restritas a cada sujeito, quando de seu relacionamento com os signos e na prática da linguagem. Embora a produção de sentidos e a negociação de significados ocorram no nível social através de atividades e cunho interacionistas. Moysés (2009) propõe um exemplo, que achamos muito propício, e que vem corroborar com nossa teorização.

> Em casa a criança habitua-se desde pequena a vestir roupa. Se no início “roupa” se refere a umas poucas peças de vestuário, com o passar do tempo passa a abarcar peças antes nunca vistas. Assim, graças à possibilidade de generalização que oferece a palavra, a criança ao se defrontar, por exemplo, com um espartilho ou uma anágua de babados, ainda que seja pela primeira vez, provavelmente lhes atribuirá o significado de “roupa”. [...] Essa mesma palavra, no entanto, poderá ser utilizada em diferentes sentidos. A jovem de classe média-alta quando reclama que “não tem roupa para ir à festa” quer dizer algo muito diferente do pobre que diz que “não tem roupa para vestir”; a lavadeira que diz que “ainda não entregou a roupa da semana” está pensando em algo muito diferente da madame que afirma: “vi logo que era gente fina pela roupa”. Entretanto, o significado da palavra “roupa” continua inalterado. (MOYSÉS, 2009, p. 39-40, Grifos do autor).

Em qualquer contexto, de ensino e de aprendizagem, ressalta-se a importância da produção de sentidos e significação dos conceitos. Aqui, o foco dessa tessitura dar-se-á na Educação Matemática, que agencia o ensino de Matemática. Então, algumas perguntas são recorrentes: É a Matemática algo que requeira, de forma enfática, a produção de sentidos e significações de seus objetos? Qual o nosso olhar sobre a Matemática?

A esse respeito, quando tentamos olhar sob o prisma da ciência, pensamos, com Van de Walle (2001, p.16) ao tratar este tema, que afirma: "A Matemática é uma ciência de coisas que têm um padrão de regularidade e uma ordem lógica. Descobrir e explorar essa regularidade ou essa ordem e, então, dar sentido a ela é o que significa 'fazer matemática'". Então, para desenvolvermos nosso estudo, precisamos olhar para a Matemática como um movimento potencializador e agenciador da vida de professores e alunos. Isto é, precisamos olhá-la com as lentes da Educação matemática. Portanto, concordamos com Bicudo & Garnica (2011), quando dizem que a Matemática pode ser percebida como uma prática científica (p. 61) e uma linguagem (p. 63), por onde

> [...] possa adquirir significados cada vez mais profundos na medida em que também seja olhado – atenta, crítica e reflexivamente – sob várias perspectivas, sempre e cada vez mais sujeitos a novos pontos de vista. A multiplicidade de perspectivas enriquece significativamente o objeto evidenciado do mesmo modo como a multiplicidade e a variedade de temas a serem enfocados são necessárias para que um espectro mais global da Educação Matemática seja visualizado, dando-se à compreensão. (Ibidem, p. 59).

A Resolução de Problemas que, por sua vez, pode ser concebida como uma prática científica e estruturadora da linguagem matemática, opera transversalmente pelo Nível de Desenvolvimento Real -NDR, pela Zona de Desenvolvimento Proximal -ZDP e pelo Nível de Desenvolvimento Potencial -NDP e, também, implica em um trabalho mais assertivo no ensino, na aprendizagem e no desenvolvimento cognitivo. Haja vista que, o bom ensino

> [...] é aquele pautado pela transmissão do que o estudante não conseguirá descobrir sozinho e pela conceituação de imitação, que vem a ser o cerne dos conceitos vygotskyanos de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Nível de Desenvolvimento Real (NDR) e Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP). A Zona de Desenvolvimento Proximal, em termos da Resolução de Problemas, é o *locus* da cognição, onde as atividades encontram atuação e operação na promoção da aprendizagem matemática, sendo que essa aprendizagem advém das relações do ensino, do desenvolvimento cognitivo na idade escolar e da difusão do *conhecimento socialmente existente*. Assim, a ZDP, comumente definida pela diferença entre o NDP e o NDR, engloba tudo aquilo que o sujeito não consegue realizar sozinho, mas que terá êxito ao obter o auxílio de alguém que o saiba fazer. Portanto, quando num curso propõem-se problemas aos estudantes, deve-se refletir nos propósitos atribuídos aos mesmos e nos objetivos dos estudantes, dado que se busca atuar em suas ZDP's. (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015, p. 960-61, grifos dos autores).

Sentidos e Significados na Resolução de Problemas como um Campo Conceitual

Nesta seção, evocamos algumas considerações de G. Vergnaud, quando propõe estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais. Para Vergnaud,

> [...] o saber se forma a partir de problemas para resolver, quer dizer, de situações para dominar. [...] Por problema é preciso entender, no sentido amplo que lhe atribui o psicólogo, toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma resolução (VERGNAUD, 1990, p. 52).

Vergnaud considera que um campo conceitual é composto por situações e atividades, onde seu matiz progressivo requer mais de um conceito, princípios ou procedimentos amplamente conectados e, que, o cerne dos processos cognitivos é o processo de conceitualização do real, que não pode ser trabalhado por modelos simplistas. Ele toma o conhecimento como algo composto por campos conceituais, que são acessíveis aos sujeitos por intermeio da experiência, vivência e aprendizagem (MOREIRA, 2002; VERGNAUD, 1998). Esse Campo Conceitual perpassa o estabelecimento e a potencialização da construção do conhecimento, em que a constituição da aprendizagem dá-se como "um conjunto heterogêneo e não-formal de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos operações de/em pensamento, interconectados e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição." (VERGNAUD, 1982, p. 40). Tal situação torna-se complexa, uma vez que, para Magina *et al.* (2001), ela nos aparece diante da multiplicidade das salas de aulas, pois "[...] os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações e que cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de um único conceito, mas, ao contrário, ela requer vários deles." (Ibdem, p. 4).

Sentido e Significado na Resolução de Problemas

Consoante Barros *et al*. (2009, p. 179), os processos que abordam signos, sentidos e significados são imprescindíveis para nossa vida em sociedade, pois "abrem-se vias para que se admita a polissemia da linguagem e, consequentemente, para que se pense em múltiplas construções de sentidos. [...] integram-se dimensões cognitivas e afetivas, bem como processos coletivos e individuais".

Na esteira dessas considerações, destaca-se Resolução de Problemas, enquanto uma Prática Sociointeracionista, que opera na análise e na produção de sentidos, ao passo que, pensando com Vygotsky (1987, p. 129), as palavras e enunciados, que compõem os problemas, não se correspondem recíproca e equivalentemente ao pensamento. Mas, o processo que caminha indiretamente do pensamento para a palavra passa pela produção de significado ou significação, o que se torna patente, nesta pesquisa, quando pensamos que os problemas, em sua composição, trazem signos, enunciados e discursos, que devem engendrar sentido e significado.

No campo de estudos da Resolução de Problemas que, segundo Leal Junior e Onuchic (2015), participa do pensar filosófico no movimento de ação/reflexão/ação, pode-se inferir que a reflexão é sempre crítica e a ação, reflexiva, o que implica em mudança de comportamento diante do problema, da percepção e da consciência que, sob um prisma mais geral, se traduz na constituição de um pensamento mais reflexivo e ativo com ampliação das atitudes e conscientização do sujeito em prol de sua aprendizagem.

Quando pensamos a Resolução de Problemas como algo efetivamente prático, temos que pensar em toda sua composição. Os problemas devem ser inventados de modo a chamar os alunos à sua resolução e a construir seu conhecimento através dele. Cabe ao professor, o exercício de conhecer o cenário onde atuará bem como seus atores. Com isso buscará subsídios para criar sentidos e conceder significações aos conceitos envolvidos nos problemas. Carraher, Carraher e Schliemann (1988) consideram que os conhecimentos curricular e extracurricular devam estar em consonância e que o professor deveria buscar meios de articular, nas aulas de Matemática, o conhecimento do cotidiano de seus alunos.

> O problema perde o significado porque a resolução de problemas na escola tem objetivos que diferem daqueles que nos movem para resolver problemas de matemática fora da sala de aula. Perde o significado também porque o que interessa à professora não é o esforço de resolução do problema por um aluno, mas a aplicação de uma fórmula, de um algoritmo, de uma operação, predeterminados pelo capítulo em que o problema se insere ou pela série escolar que a criança frequenta (Ibidem, p. 22).

Todavia trabalhos, como Carraher, Carraher e Schliemann (1988) e Leal Junior e Onuchic (2015), salientam que o contexto em que os alunos vivem, seus anseios, suas vivências e experiências, devem ser trazidos para sala de aula. Pois aí reside um grande potencializador da aprendizagem, posto que, os alunos conseguem perceber sentido e significar o conhecimento matemático e o ambiente escolar. Pois,

> Quando a experiência diária é combinada com a experiência escolar é que os melhores resultados são obtidos. Isso não significa que algoritmos, fórmulas e modelos simbólicos devam ser banidos da escola, mas que a educação matemática deve promover oportunidades para que esses modelos sejam relacionados com experiências funcionais que lhes propicie significado. (CARRAHER; CARRAHER, SCHLIEMANN, 1988, p. 99).

Leitura e Resolução de Problemas

Visando a um ensino pautado pela Resolução de Problemas, Onuchic *et al*. (2014) apresentaram um roteiro para auxiliar os professores na elaboração do planejamento de suas aulas. Tal roteiro consiste de dez passos e com eles não se pretende restringir a atividade em classe, mas fornecer subsídios para a atuação de professor e de estudantes. São eles: "(1) Proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas." (Idem, Ibidem, p. 45).

No aporte deste trabalho, nos dedicaremos a discutir os passos[1] (2), (3) e (4), onde acreditamos que as questões relacionadas a signo, sentido e significado tomam destaque. Embora reconheçamos que tais questões estejam presentes em todos os dez passos, daremos destaque a esses três porque é neles e por meio deles que as ideias iniciais do problema são apreendidas através dos processos leitura e de resolução do problema. É, evidentemente,

1 Um estudo sobre o 1º passo, ou a invenção dos problemas, foi realizado por Leal Junior e Onuchic (2015), onde “A invenção, na perspectiva da Resolução de Problemas, tem seu início na concepção do problema, onde o professor o inventa com base no construto sócio-histórico-cultural para estimular a aprendizagem dos estudantes e subverter o modelo representacionalista e tradicional de ensino. ” (p. 959-60).

através da leitura (individual e/ou conjunta) que os alunos se tornam sujeitos leitores e deparam-se com os problemas de matemática. Onde entram em cena seus processos mentais, como propuseram Zuffi e Onuchic (2007):

> […] a prática da Resolução de Problemas, como uma tarefa intelectual exigente, facilita o acionamento da metacognição, dos processos de autorregulação das ações cognitivas e caracteriza-se como importante forma para o desenvolvimento dos processos mentais superiores. (Ibidem, p. 92).

De partida, citamos Biasioli (2007), buscando um deslocamento conceitual para as aulas de Matemática, que

> O leitor é um sujeito a quem se deve conduzir e convencer. [...] além de já não estarem habituados ao universo da leitura fora daquilo que lhe é imposto pela escola, hoje em dia são muito mais atraídos pelos jogos virtuais, pela internet e por tudo que estiver relacionado a entretenimento vinculado à tecnologia. (p. 95).

A leitura é uma atividade essencial quando se decide pela prática da Resolução de Problemas. É, através dela, que o aluno se envolve com o problema, ou não. Por isso tratamos da leitura reflexiva e sempre crítica, onde os alunos conseguem entender o que lhes fora proposto e inferir o que pode ser alcançado pela resolução do problema, associando seus conhecimentos prévios e visualizando os conceitos relacionados. Para Zilberman (2008), com quem concordamos, a leitura avança ao longo da decodificação, uma vez que está idiossincrática e intrinsecamente relacionada à produção de sentidos, pois "depende de se conceber a leitura não como resultado satisfatório do processo de letramento e decodificação de matéria escrita, mas como atividade propiciadora de uma experiência única com o texto." (p. 17). Trata-se de uma prática que depende de inferências, contexto, conhecimentos prévios e interação. Por isso a importância de o professor inventar os problemas considerando as ZDP criadas, ou seja, conhecendo o que os alunos já têm de conhecimentos *a priori* (ou prévios), nas potencialidades, seus contextos e a motivação para o problema, e isso porque se busca despertar o interesse dos alunos pelo problema.

Sendo a leitura algo relativo e subjetivo à concepção de mundo de alunos/leitores, quando realizada, com interesse ou de forma motivada, tornará a prática da Resolução de Problemas algo agradável e potencializador. Todavia, se a leitura, tanto individual quanto em grupo, for realizada de forma desmotivada, essa prática perderá seu efeito na construção do conhecimento e na constituição da aprendizagem. Contudo, pode-se destacar a estreita relação da leitura com os sentidos e significados no âmbito da Resolução de Problemas, pois ela é o fator essencial de percepção dos conceitos trazidos aos alunos através dos problemas. São percebidos, no meio acadêmico, trabalhos que indicam que os alunos, cada vez menos estão envolvidos com a leitura (CAMELO, 2009; ZILBERMAN, 2012; PAIVA; OLIVEIRA, 2010). Em Consequência disso, tem-se alunos cada vez menos envolvidos com uma construção ativa do conhecimento, onde deveriam ser coautores de sua aprendizagem, e que sua compreensão de mundo, por meio da leitura, ficaria à mercê de outras atividades menos participativas.

> O bom leitor é aquele que, envolvido numa relação de interação com a obra [...], encontra significado quando lê procura compreender o texto e relaciona com o mundo à sua volta, construindo e elaborando novos significados do que foi lido. Só assim a leitura pode contribuir de forma significativa numa sociedade letrada, no exercício da cidadania e no desenvolvimento intelectual. (PAIVA; OLIVEIRA, 2010, p. 22).

De acordo com Cabral (1986), o processo de leitura envolve quatro habilidades, as quais trazemos da visão psicolinguística para a Resolução de Problemas, quais sejam (1) decodificação; (2) Compreensão; (3) Interpretação; e (4) retenção. A seguir expomos como essas habilidades influenciam a Resolução de Problemas podendo contribuir, como critérios para os professores, quando da invenção dos problemas, buscando uma linguagem acessível aos alunos e que, através de suas leituras, possam ser compreendidos. Tais habilidades consistem de atividades metacognitivas e autorreguladoras que acontecem de forma interligada.

Com base em Cabral (1986), Menegassi (1995), Nantes (2009, 2015) e Schoenfeld (2014), propomos a seguinte tabela com habilidades desenvolvidas na e pela leitura.

Quadro 1: Habilidades de leitura na Resolução de Problemas

Habilidade	**Caracterização**
Decodificação	É a etapa em que o leitor decodifica o signo no problema. Para tanto, é preciso que o signo utilizado no problema seja devidamente ligado ao seu significado. Esta habilidade também está estritamente relacionada à produção de sentidos, o que implicará no estabelecimento da segunda habilidade, a compreensão. Ela prescinde de conhecimentos *a priori* para que possa acontecer. Caso contrário o aluno não conseguirá sequer reconhecer os signos dos problemas, quiçá produzir sentido ou (res)significá-los.
Compreensão	A compreensão está relacionada ao reconhecimento e à captação dos principais tópicos do problema; ao reconhecimento das regras das linguagens vernácula e matemática usadas no problema; o reconhecimento das regras de enunciação e sintáticas; a apreensão de significações envolvidas no problema; e à capacidade de inferenciar. Passa-se a construir conceitos e conhecimentos a partir de processamentos de informações e de conexões com as ideias que se tem *a priori*. “Usamos as ideias que já temos para a construção de uma nova ideia, desenvolvendo no processo uma rede de conexões entre as ideias, as quais são influenciadas pelos sentidos e pelas significações adjacentes. Quanto mais ideias sejam usadas e quanto mais conexões sejam feitas, melhor será a compreensão.” (VAN DE WALLE, 2001, p. 27). O que está idiossincraticamente relacionado com conceitos de construção do conhecimento e a relação que se estabelece com o problema. De acordo com Carraher (1991), a construção do conhecimento dependerá do envolvimento e da compreensão que o aluno terá do enunciado do problema, e que ele conheça todas as expressões verbais utilizadas no problema. Ainda nessa mesma prática, ele terá que interpretar os dados verbais apresentados, e passá-los para dados concretos do seu cotidiano. Enfim, o estudante carecerá de um entendimento das relações lógicas do problema, para então relacionar os constituintes do problema, de modo a operacionalizar e resolver o mesmo. O que corrobora o desenvolvimento de competências e capacidades de resolução de problemas de Matemática.
Interpretação	É imprescindível que uma compreensão do problema aconteça para que haja uma interpretação do mesmo. Isso porque a compreensão prescinde dos conhecimentos *a priori* do sujeito, os quais interagem e interligam-se aos conceitos e conteúdos constituintes dos problemas. Ao fazer as conexões desses conhecimentos já apreendidos com os significados do problema, o sujeito amplia seus conhecimentos, e torna-se capaz de reformular seus esquemas sobre a temática do problema. É na interpretação que o sujeito leitor torna-se crítico sobre o problema. A interpretação pode ser direcionada através do trabalho de mediação. Ela é uma habilidade subjetiva e cada leitor retirará, do problema, percepções

	diferenciadas, pois ela dependerá idiossincraticamente da experiência que este sujeito tem/teve no mundo. É algo que dependerá dos objetivos, tanto do problema (proposto pelo professor) quanto do aluno/leitor. O que fará com que este último acione as estratégias mais adequadas para a resolução do problema.
Retenção	Ela é a apreensão do conhecimento sobre determinados conceitos e que foi construído através de problemas relacionados. Esta habilidade advém após a interpretação de conceitos. A Retenção acontece em dois níveis: a partir da compreensão e após a interpretação. No primeiro caso, a compreensão dos problemas permite a retenção tanto da temática quanto dos conceitos mais significativos. No segundo, tem-se um processo mais complexo, uma vez que para interpretar um problema é necessário sua compreensão de forma mais profícua. Ela possibilita aos alunos a resolução dos problemas a partir do que conseguiram apreender na leitura sem ser preciso retornar ao texto.

Fonte: Os autores

Existe também uma outra habilidade essencial à leitura, mas que não a colocamos, na tabela, por considerar que a mesma não obedece a uma ordem hierárquica com as outras quatro, a **tradução**. A tradução é uma habilidade que opera transversalmente sobre as outras habilidades da tabela acima, uma vez que ela se dá na passagem da linguagem vernácula, na qual os problemas são propostos, para a linguagem matemática, que é aquela em que se dará a resolução do problema. Ela pode acontecer a qualquer momento do processo de leitura do problema matemático. Desde a decodificação até a retenção ela pode tomar forma, sendo necessária que ela ocorra para a resolução de problemas.

A leitura é o primeiro momento problematizador na vida do sujeito leitor. É onde o aluno consegue, ou não, envolver-se com o problema. Caso o problema esteja fora do contexto do aluno, o mesmo não conseguirá passar pelas quatro habilidades e, consequentemente, não logrará êxito na sua resolução. Se o aluno não possuir conhecimentos *a priori* sobre os conceitos evocados no problema, não conseguirá iniciar a decodificação, muito menos compreenderá, interpretará ou reterá o que se propôs no problema. A leitura é uma habilidade que se desenvolve com o hábito. Alunos que têm esse hábito desenvolvido, têm mais facilidade de entender as propostas que lhe são feitas através de problemas, e podem tornar-se bons *resolvedores de problemas*[2].

As leituras, individual e conjunta, consistem em processos de subjetivação, onde os alunos internalizam as ideias como entes potencializadores de uma aprendizagem matemática. Tais leituras dependem da prática científica e da linguagem em que esse problema é proposto, trabalhado ou inventado. As negociações de significado e produção de sentido se dão na leitura em grupo/conjunto, onde são discutidas por meio da interação entre os sujeitos que já conseguiram, através da leitura individual, identificar e reter os signos, os sentidos e os significados relacionados aos seus conceitos *a priori*.

Interesse e Motivação: Um sentido da Resolução de Problemas

Sendo os problemas os condutores aos conceitos matemáticos, concordamos com Onuchic e Allevato (2011, p. 81) que entendem por problema "tudo aquilo que não se sabe, mas que se está interessado em fazer". Concordamos também com Leal Junior e Onuchic

2 Cf Schoenfeld (2014) e Sweller (1988).

(2015) quando dizem que, no âmbito do trabalho docente na Resolução de Problemas[3],

> Cabe ao professor, motivar os estudantes a participarem das resoluções dos problemas e de entenderem os conceitos neles contidos e os que se quer alcançar. Caso contrário, não será possível a promoção da aprendizagem, por se partir do pressuposto de que os estudantes não o sabem fazer, mas precisam do fator motivacional para se interessarem em fazê-lo. (Ibidem, p. 963).

É necessário refletir-se sobre a questão dual: interesse *versus* motivação, onde há uma relação de causa e efeito entre essas palavras, mas que se diferenciam em suas definições, visto que interesse é algo subjetivo e que pode ser despertado em nós por motivos, causas, razões ou circunstâncias que não temos controle. Já, motivação é um ato de promoção de interesse, de fornecer razões justificadas para que algo seja interessante (HOUAISS; VILLAR; FRANCO, 2009). A diferenciação entre interesse e motivação reside nas coisas que interessam, que prendem a atenção, as quais nem sempre implicam em ação sobre o fenômeno ou o objeto desejado, a ponto de efetivar uma ação ou despertar alguma intencionalidade que reifique um movimento a favor de nossa vontade. O interesse está ligado à atenção, no sentido de alcançar algo que se deseja. O motivo, por sua vez, se faz dependendo da força para vencer as resistências que dificultam a execução do ato.

Segundo Bzuneck (2000) a questão de interesse e motivação torna-se mais relevante

> Quando se considera o contexto específico de sala de aula, as atividades do aluno, para cuja execução e persistência deve estar motivado, têm características peculiares que as diferenciam de outras atividades humanas igualmente dependentes de motivação, como esporte, lazer, brinquedo, ou trabalho profissional (BZUNECK, 2000, p. 10).

A percepção do interesse e a motivação, que o professor acredita trazer às suas aulas, tornam-se relativas do ponto de vista de outros atores do cenário educacional. Moraes e Varela (2007) nos trazem uma reflexão: Quantas vezes o professor prepara uma atividade que ele achou que prenderia a atenção de seus alunos, que os levaria adiante, que os faria buscar informações que eram necessárias, porém, ao executá-la, não conseguiu o envolvimento que esperava deles (p. 7).

Isso por que acredita-se que

> A motivação do aluno, portanto, está relacionada com trabalho mental situado no contexto específico das salas de aula. Surge daí a conclusão de que seu estudo não pode restringir-se à aplicação direta dos princípios gerais da motivação humana, mas deve contemplar e integrar os componentes próprios de seu contexto (BROPHY, 1983 apud BZUNECK, 2000, p. 11)

Conforme Pozo (2002), com relação à motivação dos alunos, “normalmente, não é que eles não estejam motivados, que não se movam em absoluto. Mas, sim, que se movam para

---

3 O termo Resolução de Problemas (iniciado por letras maiúsculas) refere-se à prática metodológica. Por outro lado, o termo resolução de problemas (iniciado por letras minúsculas) refere-se ao ato de resolver problemas.

coisas diferentes e em direções diferentes daquelas pretendidas por seus professores” (p. 139). Nesse sentido, Leal Junior e Onuchic (2015) propõem que

> [...] não cabe única e exclusivamente ao docente lutar contra esse gradiente, mas sim propor *atividades criadoras* que sejam, para os alunos, tão refratárias quanto aquelas que os afastam, não dos objetivos do professor, mas de sua participação ativa na construção de seu conhecimento, isso por que, essa problemática não diz respeito a somente um ator desse cenário, mas a todos que o compõe. (Ibidem, p. 971).

É comum os alunos não conseguirem, de início, perceber os valores das atividades propostas pelo docente e, geralmente, “não conseguem compreender a relação existente entre a aprendizagem e uma aspiração de valor para a sua vida. O que faz com que eles não se envolvam no trabalho” (MORAES; VARELA, 2007, p. 7). Tal envolvimento está relacionado tanto ao interesse quanto à motivação. É onde se percebe a necessidade e a influência da leitura dos problemas, bem como a inferência de suas ideias.

Tornar o ambiente escolar um ambiente participativo, colaborativo e cooperativo, pode trazer contribuições ao despertar do interesse dos estudantes, bem como motivar o desenvolvimento de outras oportunidades e de outros movimentos, diferentes daqueles tradicionais e desestimulantes, haja vista que, os alunos de hoje, não se movem mais como os alunos de outrora. Movimentos esses que colocam o aluno na linha de frente do processo de aprender, e o docente como agenciador pelo ensinar. Dessa forma, tanto a autorregulação quanto a metacognição começam a agir no senso de pertencimento do aluno com aquele grupo. É o que aponta para a motivação intrínseca, que “é compreendida como sendo uma propensão inata e natural dos seres humanos para envolver o interesse individual e exercitar suas capacidades, buscando e alcançando desafios ótimos” (BUROCHOVITCH; BZUNECK, 2004, p. 39).

Quando o professor se propõe a motivar os alunos, a buscar despertar neles, através do conhecimento que tem sobre o assunto e sobre a turma, seus interesses pela Resolução dos Problemas, deve antes de qualquer coisa, pensar em sua invenção do problema, pensar nas possibilidades de leitura de seus estudantes, pois é, a partir daí, que se dará todo o processo de ensino e de aprendizagem através dessa prática. Outrossim, não é algo que seja garantido para aquele espaço e para aquele tempo, mas que, em um outro momento, aqueles mesmos problemas possam vir a fazer sentido, despertando no aluno algum interesse. Então, o que acontece quando o aluno não está interessado na resolução de um determinado problema? O que pode o professor fazer a esse respeito?

Não pretendemos responder diretamente a essas perguntas, mas, fornecer uma reflexão sobre elas, de modo a repensarmos nossa atuação enquanto docentes na sala de aula e o que nos falta para potencializarmos a aprendizagem através dessa prática.

Linguagem, Sentido e Significado na Resolução de Problemas: Um estudo de caso

Uma atividade prática que vem corroborar com nossa teorização aconteceu em 2014, no Curso Superior de Tecnologia em Automação Industrial na disciplina de Matemática 2, em um Instituto de Ensino Superior no interior do estado de São Paulo, que se refere a conceitos de Álgebra Linear. Nessa prática, podem-se perceber as implicações e os desdobramentos da influência da leitura e da linguagem na produção de sentidos e significações no bojo da Resolução de Problemas. Naquele curso o professor quando de seu trabalho pautado pelo modelo tradicional e enciclopédico de ensino, percebeu na discussão da primeira avaliação que os alunos não conseguiram entender os conceitos trabalhados no conteúdo Espaços vetoriais. Na ocasião da discussão dos resultados da prova, os 32 alunos, que haviam frequentado a quase todas as aulas estavam presentes. Sucedeu-se o seguinte diálogo[4]:

Professor: - *Gostaria de conversar com vocês sobre a avaliação. A única nota que tivemos acima de seis foi 8,0, as trinta e uma demais ficaram abaixo de seis (a nossa média), sem contar que o número de notas 1,0 foi bastante alto (oito alunos). Trabalhei os conteúdos com vocês e sempre perguntei se havia dúvidas, e vocês nunca me passaram nenhum questionamento. Quando eu passei listas de exercícios para vocês fazerem e discutirmos posteriormente, vocês nunca me falaram de dúvidas. Então, o que houve?*
Simone *(representante da turma)*: - *Pois bem Professor! Já que você perguntou vou falar em nome da classe. Ninguém entendeu nada, exceto o Giles que já é formado em engenharia. O restante, no qual me incluo, não tem a menor noção do que é, nem para que serve esse 'negócio' de Espaços Vetoriais.*
Professor: - *Mas então porque não me falaram isso no momento da aula? Esperaram que se passasse todo esse tempo, não apresentaram nenhuma dúvida, o que me levou a crer que estava tudo bem. Não apareceram nos horários de atendimento e, sempre que eu lhes indagava sobre o conteúdo, o silêncio imperava. E agora?*
Giles: - *Não é porque eu fiz engenharia que eu saiba a matéria. Na verdade não sei pra que serve esse conteúdo (Espaços Vetoriais). Me formei sem precisar disso pra nada. Mas, tentei estudar para essa prova, como tenho feito até o momento. Acho uma matéria extremamente abstrata e sem sentido para nosso curso. Mas, se está na grade, quem somo nós pra questionar?*
Félix: - *Eu, assim como muita gente nesta sala, não tem muito tempo para isso. A maioria aqui é casado e tem família. Trabalha o dia todo e vem pra cá a noite para estudar. Quando chegamos nessa sua aula e na de Matemática 1 (Cálculo 1) ' a gente' fica doido. Porque é só conteúdo abstrato e que não conseguimos ver uma finalidade para nossa formação. Além do mais não dá tempo pra nada.*
Professor: - *Como assim?*
Michel: - *O que ele quis dizer, pelo menos eu acho, é que, 'ao invés da gente' só copiar a matéria e tentar, muitas vezes sem sucesso, resolver a enorme lista de exercícios, poderíamos discutir e conversar mais, e procurar ter mais aplicações, que realmente importem para nossa profissão. E eu sei que você tentava conversar conosco. Nós não nos conhecíamos direito e as tarefas do dia a dia nos impediam de ter uma dedicação satisfatória aqui. Mas, nas aulas, você escreve muito na lousa, não sobre tempo, porque temos que copiar, e pouco tempo para processar a matéria e tirar as dúvidas aqui. Daí, a lista de exercício, por ser muito extensa, além de nos desanimar, era quase impossível de fazer, porque ninguém entendia nada.*
Professor: - *Eu gostaria de deixar claro uma coisa! A aula não depende só de mim. Não estou aqui sozinho. Se vocês não falam e, melhor dizendo, não respondem minhas perguntas e não querem falar, como obrigá-los? Outra coisa, sempre me pus aberto a dialogar com vocês e vocês nunca me informaram desses problemas. Inclusive quando marquei a prova vocês aceitaram passivamente. Se vocês não tomarem tempo para estudar e dedicarem-se aos estudos desse curso, eu não o poderei fazer por vocês. Somente estudando, isso para qualquer disciplina, vocês vão saber o que aprenderam e o que não aprenderam. Quando decidiram fazer o curso, acredito eu, sabiam que isso demandaria tempo e dedicação para estudar. Mas, em uma turma de adultos, esperar que as coisas sejam aprendidas de forma não-participativa é muita ingenuidade. Vou refazer a prova com vocês e para a semana que vem, irei pensar em uma proposta para revertermos essa situação.* (Relatos do professor, 12/04/2014).

Neste trabalho, não nos deteremos a analisar os discursos que ocorreram naquele curso, mas levantaremos questões-chave sobre a decisão de mudança no ensino e um problema que foi elaborado e trabalhado, para potencializar a aprendizagem do conteúdo Espaços Vetoriais. Trabalhamos em cima dos fatos que ocorreram, sem intervir nas percepções que emergiram. Com relação ao diálogo acima, percebemos, por exemplo, que o docente esperava uma postura proativa dos alunos, por acreditar que, estando eles em um curso superior deveriam ser mais autônomos. Por outro lado, a postura extremamente passiva

4 Os nomes que aqui mencionamos são fictícios para preservar a identidade dos alunos.

e pouco comprometida dos alunos é algo que aponta para os reflexos de uma educação deficitária. Quando os alunos disseram que não entendiam nada que estudavam, ficou evidente que suas leituras eram prejudicadas por muitos fatores, mas, dentre eles, destaca-se a falta de conhecimentos prévios para a construção de Espaços Vetoriais.

Esse diálogo aponta para alguns problemas como, por exemplo, a incessante busca por uma compreensão prática dos conceitos abstratos da Matemática por parte dos alunos. É algo que consideramos necessário, porém, para que, quase sempre, o professor não está preparado para fornecer tais aplicações. Isso também aponta para questões intrínsecas à formação do professor de Matemática que, por via de regra, participa de cursos extremamente conceituais e teóricos, como no caso daquele professor que não conseguia fornecer a seus estudantes um sentido para a Matemática em questão. Não nos cabe encontrar culpados diante dessa problemática. Mas, essa vivência suscitou discussões pertinentes e, que, levantamos neste trabalho.

Será que nossos professores de Matemática estão tendo uma boa formação? Será que a docência em cursos tecnológicos pressupõe a necessidade de o docente estar preparado para dar explicações práticas a conceitos abstratos? No caso do diálogo acima, quem tinha razão? É necessário alguém ter razão? E se o docente não souber fornecer aos alunos alguma aplicação prática dos conceitos? Qual a posição dos alunos frente a essa falta de entendimento? Sob nosso prisma, o problema por trás dessas questões é: Qual o sentido e o significado da Matemática que estamos construindo nas salas de aula?

Porém, o que emergiu do primeiro momento, aquele que antecedeu a prova, foi a falta de uma participação efetiva dos alunos e de uma falta de sensibilidade de percepção do docente para com os problemas que perpassavam as atuações de seus alunos. Pois, parece que, como foi relatado, eles não chegam à faculdade como *sacos vazios* em busca de serem preenchidos por conhecimento. Trazem consigo suas vivências e problemas do dia a dia. O que, inegavelmente, tem influência direta na forma como produzem sentido e (res)significam a Matemática que, para eles, deveria ter uma visualização maior e com aplicações que lhes possibilitasse uma associação entre os mundos da escola e o do trabalho. A Resolução de Problemas pôde possibilitar esse novo olhar à Matemática, uma vez que tem, como mote, a construção do conhecimento e a constituição da aprendizagem no seio de práticas sociais, históricas e culturais.

Conforme Vilela (2009)

> Parece que ao levar para a escola um problema do dia a dia, de uma situação vivenciada, portanto, que tem significado, ficaria garantido o significado conceitual correspondente. Essa relação entre os significados nos contextos escolares e da rua traz, portanto, o pressuposto de haver um significado comum nos dois contextos ou, dito de outra forma, um conceito da matemática escolar possuiria um significado único e seus diferentes usos, na rua inclusive, supostamente convergiriam para uma mesma essência. Neste sentido, a matemática da rua poderia acrescentar significado para a matemática escolar. (Ibidem, p. 88).

Ressalta-se que, após essa primeira semana de nossa participação, pudemos inferir que, sobretudo, um dos problemas residia na estruturação dessa disciplina, ou seja, ela estava configurada no primeiro ano desse curso e os alunos ingressantes tinham uma bagagem matemática bastante deficitária. Chegaram ao curso com muito pouco, ou quase nada, de conhecimento de geometria analítica ou, mais especificamente, de vetores. Ressaltamos que essa componente curricular não possui pré-requisitos e seus objetivos são conhecer, aplicar e interpretar conceitos básicos em álgebra linear aplicados à automação. Os conteúdos programáticos dispostos naquela ementa eram: Definição de espaço e subespaço vetorial; definição, construção e operações com matrizes; definições e operações com vetores no plano e no espaço; produto escalar, produto vetorial e vetores ortogonais; combinação linear, dependência e independência linear; transformações lineares; núcleo e imagem de uma transformação linear; definição, classificação e resolução de sistemas de equações lineares; estudo da reta e do plano; matriz de uma transformação linear; operadores lineares; autovalores e autovetores; bases no plano e no espaço; diagonalização de operadores de matrizes.

Não faremos aqui uma análise essencialmente crítica. Todavia, colocamos que, para alunos que têm dificuldade com conceitos básicos de Geometria Analítica e Vetores, ou sequer percebem tais conceitos em sua vida escolar, quando se deparam com conceitos de Espaços Vetoriais em um curso de graduação, o resultado pode ficar comprometido, como foi constatado. Daí, então, percebemos que, embora a situação fosse crítica, um grande problema residia na estruturação curricular dessa componente para esse curso. Chegar a Espaços Vetoriais de maneira abrupta, como foi tentado fazer, comprometeu o trabalho docente, a aprendizagem dos estudantes e a construção de quaisquer conceitos relacionados.

Trabalhar Espaços Vetoriais requer dos estudantes um conceito prévio de vetores, de suas aplicações e conceituações. Sem esses pré-requisitos a construção do conhecimento associado e relacionado não poderá consolidar-se. Pois, os alunos não sabiam o que era um vetor e, no âmbito da Álgebra Linear esse conceito é um campo conceitual. Balizado pelo PPC deste curso, o professor iniciou seu trabalho assumindo que o conceito de vetor já era *a priori* e, iniciou a construção de Espaços Vetoriais e a demonstração de alguns teoremas fundantes. Por outro lado, os alunos sem entender a linguagem usada, não conseguiam produzir sentido e significado para a estrutura em questão, não se manifestando, nem tomando uma postura ativa na construção desse conhecimento, porque a leitura de suas escritas não era eficiente. Pode-se dizer que o diálogo e a linguagem foram negligenciados por todos os atores desse cenário. Não há juízos de verdade a serem destacados aqui. Porém, o reconhecimento de que esse *status quo* carecia urgentemente de um novo rumo foi essencial para nos dedicarmos a este estudo. A postura do docente em reconhecer que algum obstáculo didático aconteceu e dispor-se a buscar, junto aos alunos, a *gênesis* do mesmo foi de vital importância para que uma nova prática tomasse forma.

Após o diálogo com seus alunos e dos resultados da prova terem ficado aquém do desejado, o professor decidiu trabalhar com esse curso através da prática da Resolução de Problemas. Pois acreditava que poderia tornar mais eficaz a construção do conhecimento de seus alunos, convidando-os a uma postura mais ativa, sendo coautores da mesma. Resultante daquele período tradicional de ensino, perceberam-se obstáculos como falha na compreensão dos conceitos, da não visualização dos resultados e do insucesso ao trabalhar com uma componente que requer, dos alunos, um poder de abstração. Isso porque, como relataram antes, precisavam que este campo problemático fosse trazido para perto de suas vivências profissionais, no mundo do trabalho. Na esteira dessas considerações, concluiu-se também que essa problemática foi resultado de falhas com as leituras de problemas. Os alunos não possuíam conhecimentos prévios necessários para que lhes fosse possível uma leitura efetiva, a qual lhes permitiria traçar um mapa do que deveriam e poderiam alcançar com os problemas.

De partida, para iniciar um trabalho diferenciado com os alunos, o professor decidiu por construir o conceito de vetores, que era extremamente necessário para prosseguimento naquele curso, uma vez que se tratava de um pré-requisito essencial. Esse trabalho durou em torno de duas semanas e, mesmo tendo decidido-se pela prática da Resolução de Problemas, esse início ocorreu ainda dentro do modelo de ensino tradicional vigente. Haja vista que, para uma mudança de perspectiva didática, como a que almejava o professor, seria necessário um momento de adaptação e, que não poderia acontecer de forma abrupta, até porque seria o primeiro contato de todos com a prática metodológica da Resolução de Problemas. Mesmo assim, o docente escolheu alguns problemas no livro didático utilizado, e iniciou as aulas com uma breve discussão sobre o que seriam vetores e seus desdobramentos. Nesse ínterim, trabalharam questões de direção, sentido, módulo, equipolência, soma, subtração, produtos e ângulos de vetores dentro dos problemas.

Um exemplo abordado pelo docente foi:

> - Para falarmos de vetor é necessário termos dois pontos, seja no espaço ou no plano. Vou tentar ser mais específico... Aqui, nessa sala temos um armário que está situado em um ponto determinado. Caso eu queira trocá-lo de lugar, ou seja, levá-lo para o outro lado da sala, naquele ponto [aponta com o dedo para uma posição diagonalmente oposta à inicial], eu agora terei dois pontos, e o que fará o movimento de levar o armário daqui para lá, respeitando um sentido, uma direção e uma medida desse deslocamento [referindo-se ao módulo do vetor] chama-se vetor. Se o armário tiver rodinhas embaixo, eu só empurro e o desloco linearmente. Mas, se ele não tiver rodinhas, eu tenho que ir deslocando-o por partes ou 'ziguezagueando', isto é, movo 'ele' até um determinado ponto, e note que aqui já se formou um vetor, depois daquele ponto a outro, e da mesma forma formo outro vetor, e assim sucessivamente até chegar onde eu quero. O que aconteceu nesse caso do zigue-zague? [o professor perguntou e ele mesmo respondeu] Tive vários vetores 'menorzinhos' que ao somar todos eles, eu terei o vetor do caso linear, ou melhor, aquele vetor que eu formei no caso do armário ter rodinhas (Material do professor, 12/04/2014).

Aquelas aulas foram trabalhadas da seguinte forma, o professor trouxe dois problemas para os alunos, os quais foram divididos em: um problema que envolvia soma, subtração e equipolência de vetores e, na outra aula, um problema que envolvia produto interno (escalar) e ângulos entre vetores. Após passar os problemas para os alunos, o professor tomou a frente da sala e conceituou as ideias principais do problema. Daí então, pediu aos alunos que sentassem em grupos para resolverem os problemas. Quando surgia alguma dúvida, o docente ia à frente da classe colocar a dúvida para todos e a respondia na lousa. Foi um movimento necessário para que tanto o docente quanto os alunos se preparassem para trabalhar através da Resolução de Problemas.

Após esse trabalho com o conceito de vetores, que acreditamos ter sido bom e produtivo para que os alunos aprendessem ou conhecessem o que seria esse ente matemático, o professor se propôs a trabalhar o próximo conceito, qual seja retas em uma perspectiva vetorial, visando à construção de espaços vetoriais, através da metodologia a que se dedica esse trabalho. Esse passo foi necessário para que o professor reconstruísse o que esses alunos deveriam ter construído em sua trajetória escolar. Isso aponta para uma reflexão sobre a mudança de posturas e paradigmas, que são sempre problemáticas e precisam de um período de adaptação. Até mesmo para que todos os atores desse cenários pudessem mudar suas concepções de ensino e de aprendizagem, bem como de suas posturas frente a essa processualidade, que a partir de então deveria ser ativa e participativa.

A partir do momento em que o docente iniciou seu trabalho, pautado pela Resolução de Problemas, pode-se perceber uma mudança na postura de seus estudantes. Tornaram-se mais comunicativos quando da divisão da classe em grupos, um ajudando o outro a compreender assuntos relacionados ou, até mesmo, compartilhando aplicações desses conceitos, auxiliando na visualização e na abstração. O primeiro assunto tratado foi o conceito de vetor, pois o docente buscava construir a estrutura dos Espaços Vetoriais e era de vital importância que todos os pré-requisitos fossem devidamente compreendidos, para lhes fornecer uma base sólida. Ressaltamos que todo o trabalho desse curso, após essa semana de discussões e adaptação, foi desenvolvida através da Resolução de Problemas, onde o professor se apoiava no roteiro de Onuchic *et al.* (2014) já mencionado.

Foi uma experiência bastante gratificante, onde pudemos constatar os benefícios dessa visão de ensino efetivamente prática. Faremos, a seguir, a exposição de um problema inventado pelo professor que trata de retas em uma perspectiva vetorial (paramétrica). A questão da proposição do problema, das leituras individuais e em conjunto, são o início dessa prática e é, nesse momento, que se levanta o interesse do aluno pela resolução do problema, motivando-o a construir seu conhecimento, ou não. Então, falaremos sobre esses passos dentro do que emergiu na proposição do problema. Enfatizamos que, caso o problema seja inventado a ponto de motivar os alunos ou de levá-los a construir determinado conhecimento, a leitura seguirá o fluxo da atividade, e o próprio aluno buscará, junto ao material didático e/ou ao professor a elucidação de sua dúvida.

Posto que a leitura individual é necessária para que o aluno recorra a processos metacognitivos e autorregulativos, buscando acionar seus conhecimentos e seus conceitos *a priori*, ele pode reconhecer e selecionar o que precisará para resolver o problema. Caso essa leitura seja insuficiente, ou não consiga produzir sentido para o leitor, a leitura em conjunto buscará, em meio a uma atividade interacionista, relacionar os discursos dos estudantes, por meio de relações intra e interlocutivas visando à elucidação de eventuais dúvidas a respeito do problema, que vem constituir o que Leal Junior e Onuchic (2015) chamam de *pensar-em-alta-voz*[5]. Se mesmo assim essas dúvidas persistirem, o professor poderá intervir para facilitar, de alguma forma, a compreensão do problema, através de indagações e questionamentos, mas nunca lhes fornecendo respostas diretas aos problemas trabalhados. Nesse âmbito, a leitura, dentro da linguagem que permeia o problema, tem uma relação estreita com os sentidos e

5 Trata-se de um movimento de metacognição e autorregulação, onde o estudante narra como aprendeu a aprender. Esse termo se diferencia do *pensar-em-voz-alta*, que se refere a uma atividade de leitura, recognição, simples percepção, atividade de introspecção ou expor o que se pensa de maneira audível, como muito se percebe em materiais de cunho psicológico que tratam do assunto (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015, p. 965).

significados trazidos ou evocados pelo mesmo. Tais questionamentos do docente permitem ao aluno uma nova leitura (releitura) do problema, cada vez mais reflexiva e crítica em busca de novas descobertas que vão além do enunciado.

Uma Atividade de Resolução de Problemas possui estrutura aberta (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015; ONUCHIC *et al.*, 2014; SCHOENFELD, 2014), pois ela sugere, aos alunos, algumas atitudes, nas quais suas implicações podem balizar conjecturas, reflexões e a concepção de conceitos matemáticos não esperados pelo professor. Apresenta-se aos alunos um problema, que deve ser explorado, compreendido e analisado. A própria leitura do problema e o entendimento da construção já são, por si só, estímulo ao raciocínio, favorecendo a construção de relações e conceitos.

O problema sobre o qual nos deteremos foi o seguinte:

Problema: *Dado um triângulo de vértices A(1,0,-1), B(-1,2,3) e C(0,2,-3). Qual a equação paramétrica da reta suporte da mediana do triângulo ABC relativa ao lado AC?* (Material do professor, 26/04/2014).

Note-se que, nesse momento, os alunos já haviam trabalhado as noções iniciais e as representações de vetores, tanto no plano quanto no espaço, ou seja, os conceitos *a priori* estavam latentes para os alunos. O professor inventou esse problema visando à construção de equações vetoriais, simétricas, reduzidas e paramétricas da reta, a definição de uma reta por dois pontos, as condições de paralelismo e perpendicularismo de duas retas, ângulos entre duas retas e interseção entre retas. Esse trabalho teve a duração de oito aulas, ou quatro semanas de aula. Adiantamos, ao leitor, que se teve sucesso nessa empreitada.

Quando o problema foi passado aos alunos, o professor lhes pediu que o lessem atenta e individualmente e, depois, que a leitura fosse feita coletivamente, onde o grupo discutiria a compreensão do problema. Após a leitura individual, alguns alunos não conseguiram entender o objetivo do problema, e manifestaram, ao professor suas dúvidas. Ele, então, pediu uma discussão em grupos. Nessa etapa, percebeu-se que os grupos discutiram o problema e tentaram relacionar com o que já tinham apreendido. O aluno Giles colocou a seguinte afirmação ao seu grupo: "- Parece o seguinte, quando temos uma reta ela segue sempre a direção de um vetor, ou melhor, existe um vetor que dá a direção e o sentido dela.". Outra aluna, Mary considerava: "- esse triângulo tem três vértices que são pontos do espaço. Então, como a gente viu, dois pontos determinam um vetor, isto é, esses lados dos triângulos estão em cima de três retas."

Percebemos com esses comentários que esses alunos haviam conseguido decodificar, através da leitura, os signos do problema. No entanto, o aluno Baruc disse: "- Entendi a ideia da Mary, mas não sei se entendi ao certo como vou encontrar essa mediana." Ao que o professor lhe perguntou: "- Baruc, o que é mediana?". E o aluno lhe responde: "- Não sei! Alguém aqui sabe?" E Frederico responde: "- Baruc, mediana tem a ver com o ponto médio de um vetor, então deve ser uma reta que intercepta o lado desse triângulo no ponto médio e que seja perpendicular a ela.". Conceitualmente essa resposta estava errada, mas nos dava indícios para perceber onde residia a falha na compreensão que havia feito pela leitura.

É certo que não se trata do ponto médio do vetor e sim do segmento determinado por dois pontos, que são vértices do triângulo. Mas o fato de o professor ter-lhes pedido que esboçassem o desenho da figura com base em suas conjecturas, auxiliou-os na compreensão do problema. Foi a partir daí que Frederico, após esboçar um triângulo em termos de vetores e colocar sobre eles um ponto médio e, em seguida, traçar uma reta ortogonal aos vetores passando pelos pontos médios, viu que se tratava das alturas relativas aos lados do triângulo. Antonio, de posse de seu notebook, interferiu: "- Frederico, vetor não tem ponto médio! O ponto médio que você tanto fala é pertencente aos lados do triângulo. O vetor apenas nos dá a direção e o sentido da reta que contém esses lados. Então, a mediana, como eu estou vendo aqui [aponta para sua pesquisa no Google] sua definição, diz que é uma reta que liga os vértices aos pontos médios dos lados opostos de um triângulo." Ao que Frederico acenou sua cabeça mostrando algum entendimento pela explicação do colega.

Percebe-se também que a decodificação do problema foi feita com sucesso, a compreensão demandou de tempo e bastante diálogo nos grupos e algumas interferências do docente que, mesmo não fornecendo respostas diretas, levantando apenas questionamentos, orientava os alunos por meio do *pensar-em-alta-voz*, a seguirem um caminho que lhes possibilitasse avançar na interpretação e posterior resolução do problema. Mesmo sem saberem todos os conceitos evocados para a resolução do problema, inferiam a necessidade da criação de outros conceitos, ou de um campo conceitual. Foi a partir daí que a interpretação tomou forma e, que, de modo efetivo e quase unânime, ocorreu a tradução da linguagem vernácula para a linguagem matemática.

Esse problema, muito embora estivesse redigido em uma linguagem vernácula, com forte influência matemática, precisava ser traduzido a ponto de fornecer, aos alunos, subsídios para o resolver. Não foi um problema que teve uma contextualização com o dia a dia dos estudantes, mas que os motivou pela forma em que foi proposto. A seguir, colocamos algumas leituras que os alunos fizeram do problema e que nos levaram a acreditar que essa atividade estava seguindo um fluxo de resolução. O professor, quando se aproximava o final da aula, perguntou-lhes: "- o que vocês conseguiram inferir desse problema? O que vocês acham que precisa ser feito para o resolvermos?" Alguns componentes de alguns grupos responderam:

Simone: - *Ainda não sabemos ao certo o que é uma equação paramétrica. Mas com esses pontos a gente vai encontrar os pontos médios dos seguimentos que estão sobre os lados do triângulo. Depois, temos que achar o vetor que liga esse ponto médio ao vértice que fica oposto a ele no outro lado do triângulo. Esse vetor será, como comentamos, o vetor diretor da reta que passa pelo ponto médio.*
Giles: - *A mediana está 'dentro' de uma reta. E essa reta é aquela que liga o ponto médio de um lado do triângulo ao vértice oposto a esse mesmo lado. Daí, pensamos que como conhecemos esses dois pontos, se fosse no plano poderíamos aplicar a fórmula da equação de uma reta que passa por dois pontos e acharíamos tal equação. E só nos restaria passar para a paramétrica. Mas como é no espaço ainda precisamos pensar como fazer essa reta.*
Michel: - *Não dá pra nós 'achar' o ponto médio pela intersecção de retas, até porque pra usar esse conceito, já teríamos que saber a equação da reta que a gente quer. Então temos que começar pelo ponto médio. É isso? Bom! Vou continuar... tendo esse ponto médio precisaremos da equação da reta que passe por ele. Mas ainda não sabemos como achar essa tal equação.*
Antonio: - *Pra começar pensei, ou melhor nós pensamos em criar uma equação de reta que ligue os dois pontos, o ponto médio de lado AC ao ponto B. Depois talvez fosse preciso encontrar o ângulo entre elas, 'péraí'... na verdade, podemos trabalhar com os vetores e achar os ângulos entre eles. Mas é só uma ideia inicial. Com esse ângulo... Não sei! Acho que temos que repensar, porque por esse caminho que estamos tentando e, que está diferente do que os outros disseram, talvez não consigamos nada.*(Material do professor, 10/05/2014).

Para uma proposta inicial, os discursos dos alunos pareceram bastante promissores, a leitura havia surtido seu efeito e, mesmo não conhecendo esse campo conceitual, mas percebendo a ideia que havia por trás dele, a decodificação, a compreensão e a interpretação surgiram de forma intencional e efetiva. Para alguns, como Simone e seu grupo, a tradução se operou de maneira transversal e a retenção estava patente. Para Antônio e seu grupo, a decodificação aconteceu, mas ainda não haviam conseguido compreender a ideia central do problema. Acredita-se que a necessidade de aplicar os conceitos aprendidos nas aulas anteriores sobre vetores, não estava possibilitando uma nova forma de se pensar sobre a resolução do problema. Para Giles e Michel e seus respectivos grupos, a decodificação e a compreensão estavam latentes, mas não haviam conseguido interpretar a leitura do problema. Para Michel houve uma falha pela necessidade de buscar a tradução para a linguagem matemática antes mesmo de compreender totalmente o problema. Giles por sua vez, bem como seu grupo, estavam procurando alguma fórmula ou algoritmo para aplicarem e, então, resolverem o problema. Certo é que, em todos esses casos, a motivação estava permeando a resolução do problema. Não houve óbices quanto ao interesse, até porque todos estavam preocupados com a situação anterior de seu curso, e estavam buscando uma forma de aprender e de recuperar suas notas naquela componente curricular.

A leitura, no que concerne aos estudantes, é o primeiro passo e também de considerável importância, uma vez que os mesmos não podem partir para a resolução do problema se não tiverem retido o que lhes pedia o problema. No cenário que analisamos, a leitura não se deu totalmente nas duas aulas do dia, ela se efetivou e consolidou-se em dois dias de aulas, quando todos conseguiram reter o que o problema pedia para prosseguirem juntos à sua resolução. Não nos estenderemos, neste trabalho, ao relato de todos os passos do roteiro da Resolução de Problemas que foi adotado. Mas, enfatizamos que foi um conteúdo construído totalmente nessa prática metodológica, onde a leitura esteve presente em todos os movimentos. Mesmo após terem resolvido os problemas de diferentes formas, as leituras eram refeitas a partir da compreensão, já que a decodificação foi consolidada, para que novos sentidos fossem produzidos e as significações dos conceitos fossem reificadas.

Procedeu-se com os passos (4) - resolução do Problema ao (10) - proposição e resolução de novos problemas, sem vicissitudes, uma vez que a leitura e a releitura das resoluções contribuíam para seus devidos entendimentos e aprendizagem. A plenária foi um momento rico em termos de discussões e esclarecimentos, e que, antes da formalização dos conceitos, possibilitavam construções de conhecimento cada vez mais necessários. Nesse momento, houve um caso que nos chamou a atenção. Baruc foi membro escolhido por seu grupo para ir a frente da classe propor a discussão de seus resultados. Esse aluno, no início da atividade, não havia conseguido compreender o problema e seu grupo estava tentando a tradução de maneira não espontânea.

Baruc: - *Quando lemos o problema, a primeira vez, não ficou muito claro onde estavam os vetores nem ao certo sabíamos como iniciar a resolução. Mas como o professor perguntou: 'como vocês querem iniciar a resolução do problema sem entendê-lo?', procuramos focar para entender o que ele estava pedindo. Ou seja, lemos e relemos, discutimos no grupo e o professor nos questionava, e isso 'ia' nos dando uma nova direção. Daí em diante, fomos pensando em construir os segmentos dos lados desse triângulo. O que nos possibilitou achar o ponto médio de cada lado. Daí, nós tínhamos dois pontos o vértice B e o ponto médio do lado AC, que chamamos de M. Até aí não precisamos de ângulos nem equação de retas. Daí, A Mary teve a brilhante ideia de encontrar o vetor que ligava estes pontos, porque a gente tinha visto que uma equação de reta precisava de um vetor, que daria sua direção e sentido e um ponto no espaço, podia ser no plano também. Então fizemos o seguinte, calculamos o ponto médio de AC [apontando para a lousa] menos [subtração vetorial] o ponto B e achamos o vetor* $\overrightarrow{BM}$ *que será o diretor da reta que queremos.*

Félix: - *Nossa! 'peraí' então quer dizer que não precisava nada de intersecção nem de ângulos? Acho que*

entendi. Então o que fizemos está errado!
Professor: - *Calma aí! Essa não é a única forma de se resolver esse problema. Até porque esse é o entendimento deles. Félix, você entendeu o que vocês fizeram? Sabe defender e explicar essa ideia?*
Félix: - *Não é a única, mas foi essa que me convenceu! A gente estava indo no problema meio sem direção. Tentamos usar tudo que sabíamos sobre vetores, porque, obviamente, deveria ser usado. Mas o Antonio estava mais me confundindo com as explicações dele do que outra coisa. Você entendeu agora 'Tonho'? Porque eu, agora sim, sei o que tenho que fazer.*
Professor: - *Releiam o problema. De posse desse novo entendimento tentem ver em que momento vocês se desviaram para o caminho que julgam 'errado'. Mas ressalto que é necessário saber onde se deu o erro e entendam o que o problema quer. Depois do Baruc é o grupo de vocês.*
Baruc: - *Bem, continuando de onde fui interrompido... uma equação de reta é assim [novamente aponta para a lousa]* $r: B + x\overrightarrow{BM}$*,onde esse B é o ponto, ou vértice do triângulo, x é uma variável, que como o Giles disse, vai ser um valor de número real, e é ele que vai construir essa reta, aumentando ou diminuindo o vetor diretor e, por fim* $\overrightarrow{BM}$*é o vetor que tanto quisemos. Bem, segundo o professor essa não é a tal equação paramétrica que o problema pede, então teremos mais trabalhos pra terminar logo esse problema. Mas estamos satisfeitos com isso.*(Material do professor, 10/05/2014).

Após essa plenária percebemos que esse grupo estava bem próximo de resolver o problema, faltava-lhes apenas a passagem da equação geral da reta no espaço para a forma paramétrica. Mas foi um grupo que conseguiu, através de todas as habilidades da leitura do problema alcançar esse nível de resolução. Com relação aos demais, alguns estavam se aproximando e pouco diferenciavam-se na forma de resolução. Como informou o professor, havia outras formas de resolvê-lo, até porque a subjetividade da leitura permite, em uma atividade aberta como a resolução de problemas, outras formas de entendimento, que enriquecem a proposta da Resolução de problemas. Discutir erros e desvios auxilia a aprendizagem no sentido de compreender o porquê daquilo não estar certo ou não servir para determinado fim.

O grupo de Félix, quando de seu momento na plenária fez o seguinte discurso:

Félix: - *Após lermos e relermos mais de mil vezes [exagerando], e nos 'trapalhar' com as mil e uma pergunta/ que o professor fazia 'ao invés de' responder nossas perguntas [falou com risos]. Mas isso nos ajudou a pensar por nossa conta. Chegamos à conclusão de que não deveríamos jogar tudo que fizemos fora. Até porque, senão o Antonio iria chorar [em tom de graça]. Então, decidimos que não seria preciso, nesse caso, encontrar os ângulos. O problema poderia ser simplificado. Se ele [referindo-se a Antonio] quiser, ele que calcule os ângulos depois. Esses vértices do triângulo são intersecções de duas retas, certo? Elas tem vetor diretor*$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{BC}$*e* $\overrightarrow{CA}$*,e elas passam pelos pontos que são vértices desse triângulo. Então como a mediana é uma reta que fica dentro do triângulo que passa pelos vértices e está ligada ao ponto médio, nós decidimos calcular as coordenadas e trabalhar em cima de todas essas coordenadas. Daí, ficou assim, se* M_1 *é o ponto médio do lado AB,* M_2 *o do lado BC e* M_3 *do lado AC, então* $x = 1 + \frac{-1+1}{2}$*,* $y = 0 + \frac{2+0}{2}$*e* $z = -1 + \frac{3-1}{2}$*. Olha só... fizemos em x, y e z porque são as coordenadas que vão entrar na reta. Daí, em cada uma delas são as coordenadas do ponto A mais uma fração que resulta no ponto médio. Foi isso que fizemos até agora.*
Professor: - *Félix, eu achei um tanto confusa sua explanação. Até porque, se entendi bem, vocês estão fazendo mais do que o problema está pedindo. No problema estou pedindo apenas a mediana com relação ao lado AC. Mas, acho que a ideia de trabalhar as coordenadas separadamente é um bom caminho. Para a próxima aula sugiro que vocês a explorem melhor. Mas não vi um sentido para o algoritmo das coordenadas que vocês trouxeram. Confesso que é um raciocínio interessante. Mas, por que somar as coordenadas do ponto A com as do ponto* AM_2*? Pensem nisso!*

É possível que esse grupo, talvez influenciado pela plenária do grupo anterior, interpretou o problema de uma maneira desorganizada. Mas estava evidente que conseguiram compreender e traduzir o problema. O fato de terem apelado para uma resolução através de coordenadas era um agenciamento para a determinação da equação paramétrica. O raciocínio para isso estava patente e, com as perguntas do professor poderiam ser obtidas. Foi um trabalho bastante promissor sobre o qual o professor conseguiu, como um mediador, proporcionar aos seus alunos um sentimento de pertencimento àquela construção do conhecimento.

Sobretudo, percebemos que os signos desta atividade eram conhecidos, a inserção problemática tinha significado para cada participante e, para a maioria, a atividade passou a fazer sentido. Não obstante, foram esses os sentidos diferentes que emergiram da atividade, mesmo que os significados conceituais permanecessem inalterados. Esse problema, bem como outros que foram trabalhados no referido programa, nos apontam que é imprescindível, em um trabalho pautado pela Resolução de Problemas, que o professor pense nos problemas apresentados de modo que os alunos reconheçam os signos envolvidos. Para que o engendramento entre pensamento e linguagem seja possível, a leitura seja potencializadora e que, para que a aprendizagem e a construção do conhecimento sejam efetivadas, é necessário que a linguagem dos problemas seja clara e compreensível, que os signos sejam reconhecíveis, que os significados sejam comumente definidos e estabelecidos e, por fim, que os sentidos sejam compartilhados e passíveis de discussão e apreensão.

Considerações Finais

Sendo a Resolução de Problemas uma Prática Sociointeracionista, ela opera na análise e na produção de sentidos, ao passo que, pensando com Vygotsky (2008), as palavras e enunciados não se correspondem recíproca e equivalentemente ao pensamento. Mas, o processo que caminha indiretamente do pensamento para a palavra passa pela produção de significado. O que se torna patente quando pensamos nas composições dos problemas, que trazem consigo signos, enunciados e discursos, que devem engendrar sentido e significado.

O que aqui foi apresentado é uma intervenção para o trabalho no âmbito educacional, como desafios e possibilidades na efetivação da prática da Resolução de Problemas no bojo da Educação Matemática na contemporaneidade. Quando falamos em signo, queremos enfatizar que eles permeiam e são necessários à Resolução de Problemas pois, como foi dito acima, são entes problematizadores, que implicam na construção de conhecimento e compõem os problemas e os conceitos a ele relacionados. Isso por que “os conceitos que serão construídos pelos problemas, dentro do processo de ensino-aprendizagem, são conceitos matemáticos que, por sua vez, são conhecimentos científicos ainda não apreendidos” (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015, p. 962).

Todavia, pensando na processualidade do ensino e da aprendizagem através da Resolução de Problemas, devem estar relacionados: as significações que são colocadas nos problemas, os sentidos que envolvem as atividades e, por fim, o relacionamento que essa prática permite aos estudantes com os signos, as quais serão internalizadas e processadas através da leitura. Ou seja, acreditamos que a aprendizagem seja potencializada em *relacionamentos sensíveis,* na linguagem e no pensamento dos estudantes com e a partir dos signos. Ao professor, na perspectiva da Resolução de Problemas, cabe o trabalho de agenciamento desses estudantes e o refletir criticamente sobre os sentidos e significados trazidos nos e pelos problemas.

Referências

BARROS, J. P. P.; PAULA, L. R. C. de; PASCUAL, J. G.; COLAÇO, V. F. R.; XIMENES, V. M.. **O conceito de "sentido" em Vygotsky: considerações epistemológicas e suas implicações para a investigação psicológica**. Psicologia & Sociedade. 21 (2). p. 174-181. 2009.

BIASIOLI, B. L. **As Interfaces da Literatura Infantojuvenil: Panorama entre o passado e o presente**. Terra Roxa e Outras Terras. Londrina. v. 9, p. 91-106. 2007.

BICUDO, M. A. V. **Filosofia da Educação Matemática: Fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Ed. UNESP. 2010.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A. V. M. **Filosofia da educação Matemática**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (orgs.). **A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2004.

BZUNECK, J. A. As crenças de auto-eficácia dos professores. In: F.F. Sisto; G. de Oliveira; L. D. T. Fini (Orgs.). **Leituras de psicologia para formação de professores**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2000.

CABRAL, L. S. **Processos Psicolinguísticos e a Leitura da Criança**. Letras de Hoje. Porto Alegre. v. 19. n. 1. p. 7-20. 1986.

CAMELO, M. A. C. A. **Literatura Infantil e Infantojuvenil em Sala de Aula e as Questões Curriculares**. Revista Cocar. v. 3. n. 6. p. 77-86. 2009.

CARRAHER, T. N. Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 1991.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez. 1988.

ERNEST, P. PROBLEM SOLVING: Its Assimilation to the Teacher's Perspective. In: Ponte, J. P.; Matos, J. F.; Matos, J. M.; Fernandes, D. (Eds). **Mathematical Problem Solving and New Information Technologies**, Berlin: Springer-Verlag, 287-300. 1992.

HOUAISS, A. VILLAR, M. de S.; FRANCO, F. M. M. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. Resolução de Problemas: Signos, sentidos e significados. In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM: **A Educação Matemática na Contemporaneidade: Desafios e possibilidades**. São Paulo: UNICSUL. 2016.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R.. **Ensino e Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas como Prática Sociointeracionista**. Rio Claro: Bolema, v. 29, n. 53. dez/ 2015.

LURIA, A. R. **Pensamento e linguagem: as últimas conferências de Luria**. Porto Alegre: Artes Médicas. 1987.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. São Paulo: PROEM. 2001.

MENEGASSI, R. J. **Compreensão e Interpretação no Processo de Leitura Noções Básicas ao Professor**. Revista UNIMAR. v. 17. n. 1. p. 85-94. 1995.

MORAES, C. R.; VARELA, S. **Motivação do Aluno Durante o Processo de Ensino-Aprendizagem**. Revista Eletrônica de Educação. Ano I, No. 01, ago. / dez. 2007.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Investigações em ensino de ciências, 7(1), 7-29. 2002.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. São Paulo: Papirus, 2009.

NANTES, E. A. S. **A Literatura Infantojuvenil e o Processo de Formação do Sujeito Leitor**. In: STEINLE, C. B. S.; NANTES, E. A. S.; SILVEIRA, A. P. P.; PAGNAN, C. S. (Orgs). **Literatura Infantojuvenil**. Londrina: Ed. e Distr. Educacional S.A. 2015.

NANTES, E. A. S. **Leitura e Produção de Texto em Língua Portuguesa II: Curso de graduação em letras vernáculas: 1**. São Paulo: Pearson. 2009.

ONUCHIC, L. R.; et al. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial. 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. **Pesquisa Em Resolução de Problemas: Caminhos, Avanços e Novas Perspectivas.** BOLEMA, Rio Claro/ SP, v. 25, n. 41, p. 73-98. 2011.

ONUCHIC, L. R.. **A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? E para onde iremos?**. Espaço Pedagógico. v. 20. n. 1. Passo Fundo. p. 88-104. jan/jun. 2013.

PAIVA, S. C. F.; OLIVEIRA, A. A. **A Literatura Infantil no Processo de Formação do Leitor**. Cadernos da Pedagogia. São Carlos. Ano 4. v. 4. n. 7. p. 22-36. jan/jul. 2010.

POZO, J. I. **Aprendizes e Mestres: A nova cultura da aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed. 2002.

SCHOENFELD, A. H. **What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A Story of Research and Practice, Productively Intertwined**. Educational Researcher. American Educational Research Association. Vol. 43. No. 8, pp. 404–412. 2014.

SMOLKA, A. L. B. Sentido e significação. In: ROSSETTI-FERREIRA, M.C. et al. (orgs.) **Rede de Significações – e o estudo do desenvolvimento humano**. Porto Alegre: Artmed, p. 35-49. 2004.

SWELLER, J. **Cognitive Load During Problem Solving: Effects on learning**. Cognitive Sciense. v. 12. pp. 257-285. 1988.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Logman, 2001.

VERGNAUD, G. A Classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. (Eds.). **Addition and subtraction: a cognitive perspective**. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaun. p. 39-59. 1982.

VERGNAUD, G. **A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education**. Journal of Mathematical Behaviour, v.17, n. 2, p.167-181.1998.

VERGNAUD, G. Epistemology and psychology of mathematics education. In: NESHER, P.; KILPATRICK, J. (Eds.). **Mathematics and cognition A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Cambridge: Cambridge University Press. p. 14-30. 1990.

VIGOTSKI, L. S. Pensamento e palavra. In: Vigotski; L. S. **A construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes. 2001.(Original publicado em 1934).

VILELA, D. S. Reflexão Filosófica acerca dos Significados Matemáticos nos contextos da Escola e da Rua. In: KLUTH, V. S.; ANASTÁCIO, M. Q. A. **Filosofia da Educação Matemática: Debates e confluências**. São Paulo: Centauro. 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 6. ed., São Paulo: Livraria Martins Fontes. 2002.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Martins Fontes. 2008.

VYGOTSKY, L. S. The genesis of higher mental functions. In: Wertsch, J. V. (ed.) T**he Concept of Activity in Soviet Psychology**. pp.144−188. Armonk, NY: M.E. Sharpe. 1981.

VYGOTSKY, L. S. Thinking and speech. In: R. W. Rieber & A. S. Carton (Eds.), T**he collected**

works of L. S. VYGOTSKY: Vol. 1. Problems of general psychology (pp. 39-285). New York: Plenum Press. (Original publicado em 1934). 1987.

ZILBERMAN, R. **A Leitura e o Ensino da Literatura**. Curitiba: Intersaberes. 2012.

ZILBERMAN, R. **O Papel da Literatura na Escola**. Via Atlântica. n. 14. p. 11-22. dez. 2008.

ZUFFI, E.M.; ONUCHIC, L.R. **O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores**. Revista Iberoamericana de Educacion Matemática, n. 11, p. 79-97. set. 2007.

Lourdes de la Rosa Onuchic
Departamento de Educação Matemática – UNESP – campus de Rio Claro - Brasil
E-mail: lronuchic@gmail.com

Luiz Carlos Leal Junior
Instituto Federal de São Paulos - IFSP - campus de Sertãozinho - Brasil
E-mail: jhcleal@gmail.com